Тема: «Площадь криволинейной трапеции. Понятие определенного интеграла».

Перечень вопросов, рассматриваемых в теме

1) Нахождение определенного интеграла.

2) Нахождение площади криволинейной трапеции с помощью формулы Ньютона – Лейбница.

3) Решение задач, с помощью формулы Ньютона – Лейбница.

Формула Ньютона – Лейбница

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$$S = \int_a^b f(x)dx$$

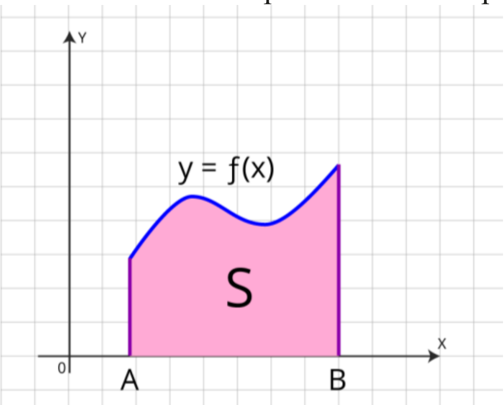
Основная литература:

Учебник. Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни) 11 класс. Автор Ш.А. Алимов.

§ 56 стр 297-300

Теоретический материал для самостоятельного изучения

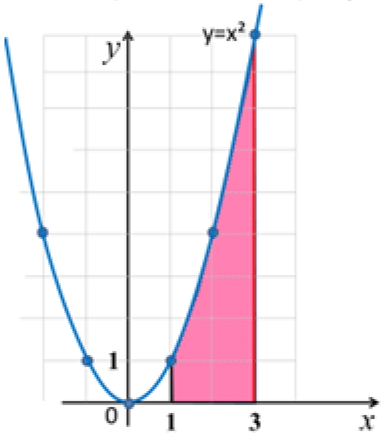
Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке [a;b] знака функции f(x), прямыми x=a, x=b и отрезком [a;b]. Отрезок **[a;b]** называют **основанием** этой криволинейной трапеции.



Если в задаче требуется вычислить площадь криволинейной трапеции, то ответ всегда будет положительный. Если требуется, используя чертеж, вычислить интеграл, то его значение может быть любым (зависит от расположения криволинейной трапеции).

Примеры и разбор решения типовых заданий:

№1. Найти площадь криволинейной трапеции, изображенной на рисунке



Решение

Для вычисления площади криволинейной трапеции воспользуемся формулой Ньютона – Лейбница.

$$S = \int_1^3 x^2 dx = F(3) - F(1) =$$

$$= \frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} = 8\frac{2}{3}(кв.ед)$$

Ответ: $8\frac{2}{3}$

№2. Алгоритм вычисления определенного интеграла

Решение: Воспользуемся формулой Ньютона-Лейбница.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

1) Находим первообразную функцию F(x).

2) Подставляем значение **верхнего** предела в первообразную функции: F(b), затем подставляем значение **нижнего** предела в первообразную функцию: F(a).

3) Находим разность F(b) - F(a), это и будет ответ.

$$1)\int_0^1 xdx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$2)\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 0$$

$$3)\int_{-2}^{3} \frac{2}{(x+3)^2}dx = -2(x+3)^{-1}\Big|_{-2}^{3} = -\frac{1}{3} + 2 = 1\frac{2}{3}$$

№3. Найти площадь криволинейной трапеции $(x-1)^2$, ограниченной линиями x=2 и x=1, осью 0x

Решение:

Воспользуемся формулой Ньютона-Лейбница.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

1) Находим первообразную функцию F(x).
2) Подставляем значение **верхнего** предела в первообразную функции: F(b), затем подставляем значение **нижнего** предела в первообразную функцию: F(a).
3) Находим разность F(b) - F(a), это и будет ответ.

$$S = \int_1^2 (x-1)^2 dx = \frac{(2-1)^3}{3} - \frac{(1-1)^3}{3} = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

Задания для самостоятельного выполнения:

Из учебника №1000, 1004, 1005 (из каждого номера задание 1, 2, 3, 4)

Справочная информация:

Функцию y=F(x) называют **первообразной** для функции y=f(x) на промежутке X, если для любого значения $x \in X$ выполняется равенство F′(x)=f(x).

Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке [a; b] знака функции f(x), прямыми x=a, x=b и отрезком [a; b].

Отрезок [a; b] называют **основанием** этой криволинейной трапеции.

Совокупность всех первообразных функций F(x)+C для функции f(x) называется **неопределенным интегралом** и обозначается $\int f(x)dx$

Приращение F(b)–F(a) любой из первообразных функций F(x)+C при изменении аргумента от x=a до x=b называется **определенным интегралом** и обозначается $\int_b^a f(x)dx$